

## ***Càlculus***

### **Annex 9**

# **Escriure: propostes**



### **Taula**

Domini de la lecto-escriptura del sistema posicional .....	2
El principi de l'ESO als llibres de text .....	11
Història de les matemàtiques a l'aula.....	13
Multiculturalitat i interculturalitat matemàtica .....	15
Treballar les numeracions històriques .....	16
Construcció d'un metaconeixement numèric .....	19
Activitat 1: Un món sense nombres .....	22
Activitat 2: Descobrir les numeracions .....	22
Activitat 3: Analitzar i explicar les numeracions .....	23
Activitat 3: Classificar les numeracions .....	24
Activitat 4: Les falçs de Frankleben .....	25
Activitat 5: La base .....	25
Activitat 6: El valor del zero .....	26
Activitat 7: Càlculs amb numeracions antigues .....	26
Activitat 8: La forma de les xifres.....	26
Activitat 8: Targetes perforades .....	27
Activitat 9: Targetes per endevinar nombres .....	27
Activitat 9: Cavallers i escuders .....	28
Activitat 10: La base dels dibuixos .....	29
Activitat 11: La base dels colors.....	29
Apèndix: Prova de lecto-escriptura del sistema posicional .....	31

## Domini de la lecto-escriptura del sistema posicional

Al capítol anterior hem vist que l'assumpció d'una competència completa en la lecto-escriptura de la numeració posicional no està encara assolida per la totalitat de l'alumnat dels cursos finals de l'Educació Primària ni pel dels primers de la Secundària Obligatoria. La majoria de problemes semblen aparèixer en el cas dels nombres grans, en l'ús dels zeros intercalats al mig del nombre i en les qüestions relacionades amb la composició i descomposició en unitats, desenes, centenes...

L'ensenyament del principi de valor relatiu sembla un procés de llarga duració. que no pot limitar-se a unes poques lliçons, sinó que exigeix una progressió llarga i cuidadosament concebuda.

Dickson-Brown-Gibson (1991: 238)

Algunes de les conclusions sobre el grau de domini del sistema posicional que té l'alumnat s'han obtingut basant-se en l'estudi de les respostes a cert tipus de qüestionaris.

De cara a l'elaboració de propostes d'activitats, hem trobat interessant repetir algunes de les preguntes amb alumnat de 1r i 2n d'ESO de l'IES Alella<sup>1</sup> per poder comparar els resultats ni que sigui amb els i les alumnes d'un centre de la nostra àrea, ja que la majoria de proves estan fetes a Anglaterra, Estats Units o França.

La prova es va passar a 91 alumnes de 1r d'ESO (34 nois i 57 noies) i 104 de 2n (57 nois i 47 noies). El qüestionari, amb els totals d'encerts de cada pregunta, han estat els següents:

### Pregunta 1

Ordena les següents ciutats de més habitants a menys habitants

Ciutat	València	París	Tokio	La Seu d'Urgell	Albacete
Habitants	785732	9644507	12527115	12317	161508

1r ESO	2n ESO
87	99
95.6 %	95.2 %

### Pregunta 2

A l'entrada d'un camp de futbol hi ha un comptador que indica quantes persones han entrat a un camp de futbol:

0	6	3	9	9
---	---	---	---	---

Després d'haver entrat una persona més, el comptador marcarà:

--	--	--	--	--

1r ESO	2n ESO
87	102
95.6 %	98.1 %

Entre les poques respostes incorrectes han aparegut aquests tres variants (del primer dels exemples un a 1r d'ESO i un altre a 2n):

<sup>1</sup> L'alumnat de l'IES Alella, que atén bàsicament nois i noies de les poblacions d'Alella i Teià (Maresme) és, majoritàriament, d'extracció socio-cultural de classe mitjana o mitjana-alta. La prova es va fer durant el 3r trimestre del curs 2006-07.

0	6	3	9	10
---	---	---	---	----

9	9	3	6	0
---	---	---	---	---

0	6	3	0	0
---	---	---	---	---

A més ha aparegut un cas en el que s'ha fet la suma escrita plantejada així:

$$\begin{array}{r}
 0 \ 6 \ 3 \ 9 \ 9 \\
 \phantom{0 \ 6 \ 3 \ 9} + 1 \\
 \hline
 0 \ 6 \ 4 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

### Pregunta 3

Completa la frase seguint la de l'exemple:		1r ESO	2n ESO
5214	El 2 denota 2 <i>centenes</i>	57	60
521 400	El 2 denota 2...	62.6 %	57.7 %

Entre les respostes incorrectes han aparegut aquestes:

- 2 desenes
- 2 deumil·lèsimes
- 20 mil unitats<sup>2</sup>
- 2 vintenes de miler
- 2 mil·lèsimes

### Pregunta 4

Suma 10 a 3597 mentalment	1r ESO	2n ESO
	85	93
	93.4 %	89.4 %

Aquestes són algunes de les respostes incorrectes que s'han trobat:

- 35970
- 35607
- 3617

### Pregunta 5

Selecciona la resposta correcta per a cada cas	1r ESO	2n ESO
<i>Quin d'aquests nombres representa 25 centenes i 4 desenes?</i> A. 25040 B. 2540 C. 2504 D. Cap dels anteriors	60	75
<i>Quina d'aquestes frases representa 15320?</i> A. 15320 desenes B. 15 centenes i 320 desenes C. 1532 desenes D. 1532 desenes i 20 unitats	65.9%	72.1%
	30	48
	33.3%	46.2%

<sup>2</sup> Tot i ser correcte que són "vint mil unitats" la resposta no s'ha considerat vàlida per no ajustar-se al tipus de vocabulari demanat a la pregunta.

Selecciona la resposta correcta per a cada cas	1r ESO	2n ESO
<i>Quin d'aquests nombres equival a 2 milers, 35 centenes, 18 desenes i 6 unitats?</i>	3	17
A. 3486 B. 5386 C. 5686 D. Cap dels anteriors	3.3%	16.3%

Al 3r dels casos l'error més freqüent ha estat contestar l'opció D: "Cap dels anteriors"

### **Pregunta 6**

Escriu amb lletres aquests nombres	1r ESO	2n ESO
230000	84	91
	92.3%	87.5%
350000000	70	79
	76.9%	76%
50030	85	102
	93.4%	98.1%
105006	85	98
	93.4%	94.2%

Apareix un cas que ha respòs incorrectament al 1r i 3r cas de la pregunta anterior però que interpreta aquesta com una mena d'exercici invers a l'anterior i descompon els nombres de forma semblant correctament:

- 23 desenes de miler
- 35 desenes de milió
- 50 unitats de miler i 30 unitats
- 10 desenes de miler, 5 unitats de miler i 6 unitats

També en un altre cas el 50030 es descompon com "50 mil i 3 desenes". Ha aparegut també una resposta que diu "cinc-cents mil trenta"-

L'error més generalitzat en el cas de l'escriptura 350000000, ha estat anotar "tres-cents cinquanta mil milions". De fet ha estat l'error més repetit al llarg de tota la prova.

### **Pregunta 7**

Escriu amb xifres aquests nombres	1r ESO	2n ESO
Cinc mil sis	90	102
	98.9%	98.1%
Deu mil cinc-cents quatre	87	100
	95.6	96.2
Quatre-cents mil setanta tres	83	94
	91.2%	92.4%
Tres milions dos mil seixanta	73	70
	80.2%	67.3%

En el cas que més problemes ha provocat, el de 3002060, el 2 s'ha anat movent per tots els espais possibles entre el 3 i el 6. Altres respostes han estat:

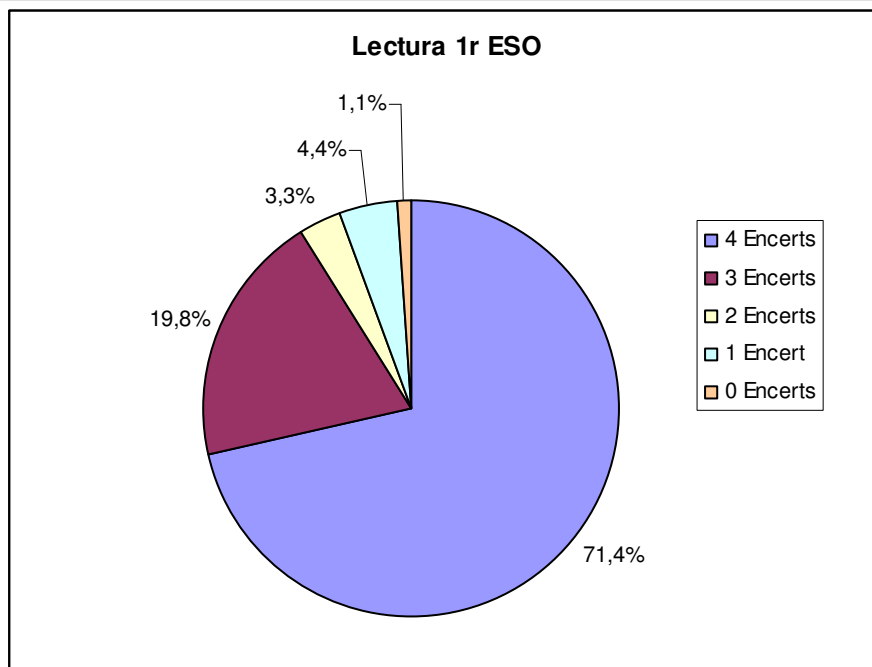
- 3.2060
- 300200060 (dues aparicions)
- 30.002.060
- 3.0000.060

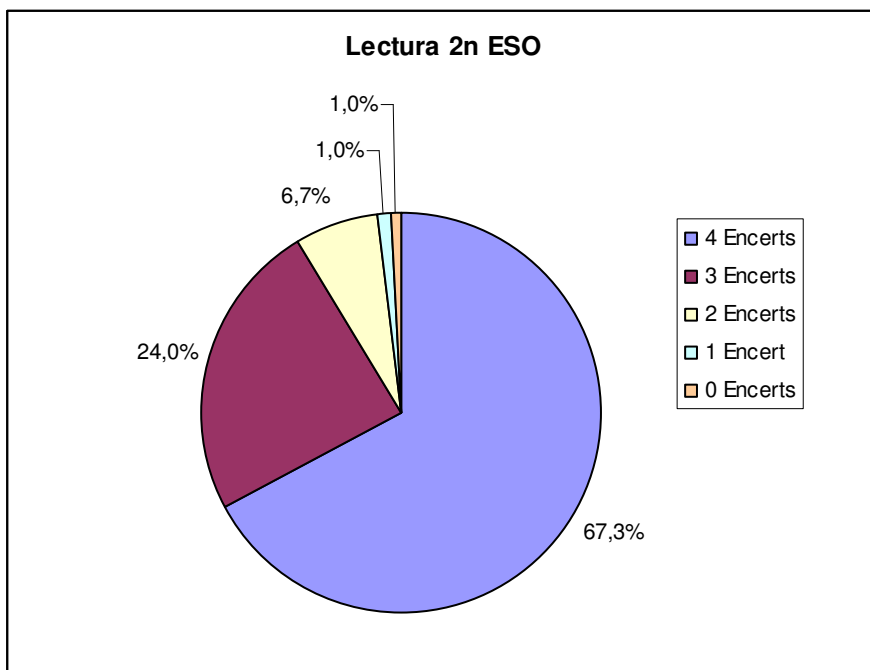
El cas del 400073 ha ocasionat dues respostes així "400.000.073" i una així "400.73". També ens ha aparegut un 3 final escrit amb efecte mirall.

El cas més sorprenent és el d'una nena de 1r d'ESO que escriu el *cinc mil sis* així "005.006" i el *tres milions dos mil seixanta* de la següent manera: "003.002.060"; els altres dos casos els escriu correctament.

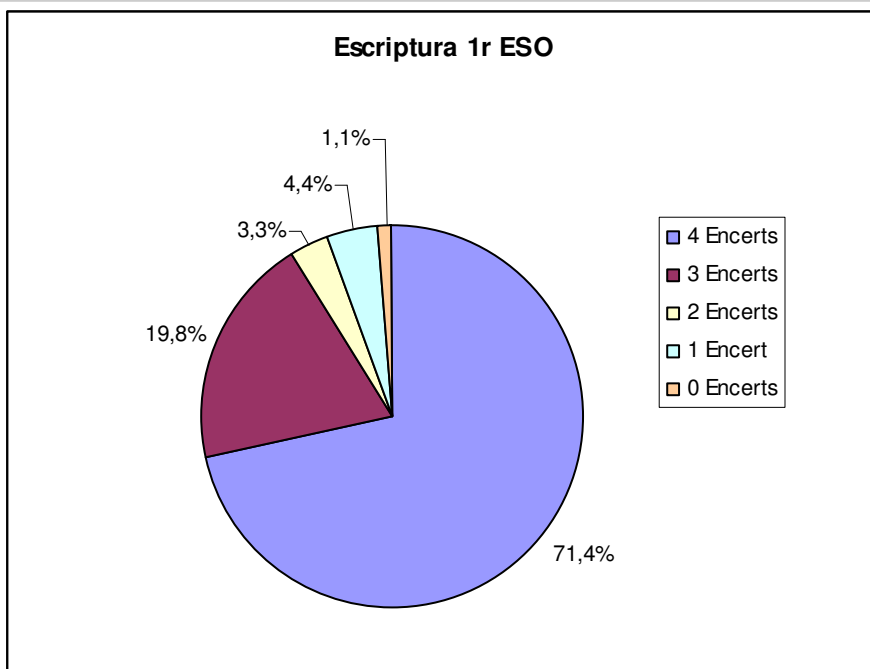
De les dues darrers preguntes, les més directament relacionades amb la lectura i escriptura de nombres, convé mirar els percentatges d'alumnes de cada nivell que han contestat totes les preguntes bé, només algunes o cap.

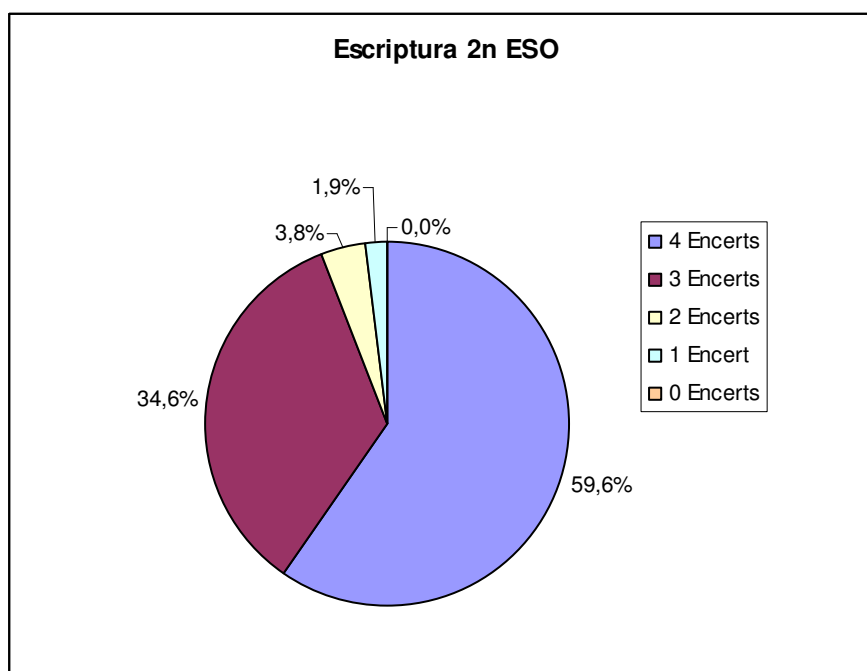
### Pregunta 6 (lectura)





**Pregunta 7 (escriptura)**





Com es pot veure més de les  $\frac{3}{4}$  parts de cada nivell comet algun error de lecto-escritura, amb resultats lleugerament pitjors a 2n d'ESO. Tot i així si mirem els grups que 3 o 4 encerts, com un sol paquet, els resultats són més igualats

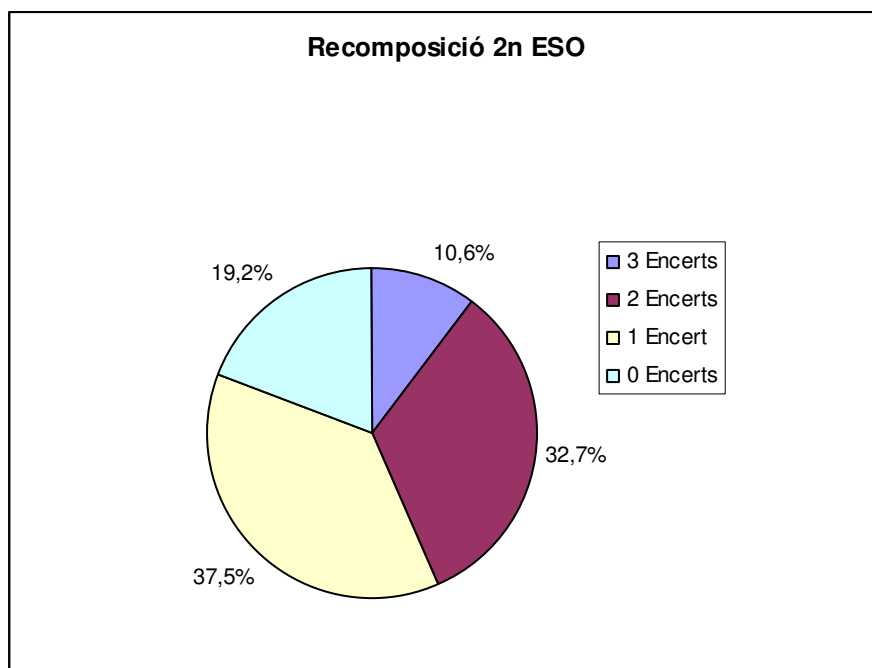
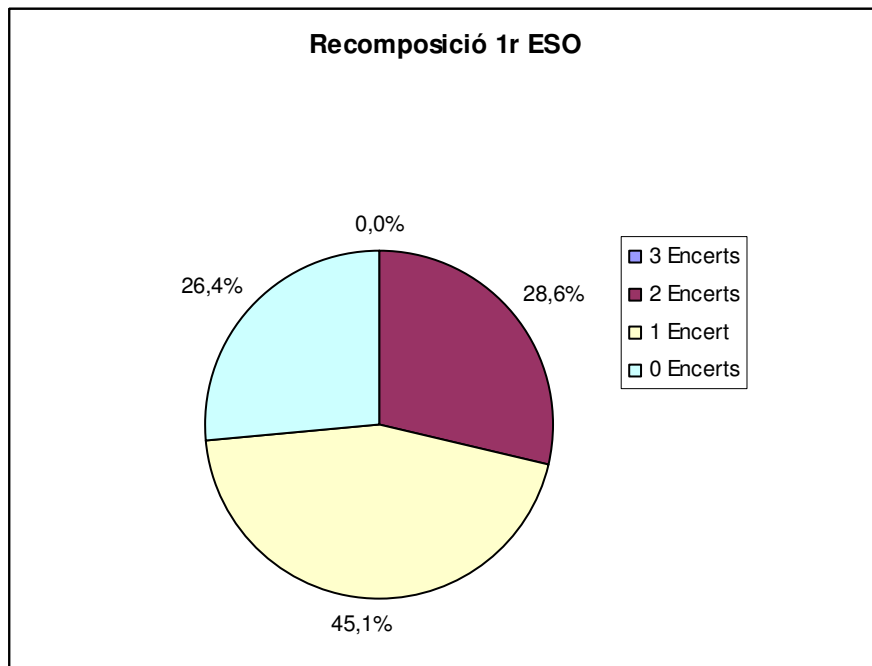
Alumnat amb 3 o 4 encerts	1r ESO	2n ESO
Lectura	91.2%	91.3%
Escriptura	91.2%	94.2%

S'observa també que els pitjors resultats de lecto-escritura es produeixen quan el nombre demanat sobrepassa el milió, quantitats, de fet, d'ús menys usual. Un dels camps en el que més ens trobàvem amb nombres superiors al milió era el dels diners, però amb el canvi de la pesseta a l'euro, com a mínim a nivell escolar, aquestes quantitats han reduït els seus àmbits d'aparició. En conjunt podem pensar que, com a mínim en aquest centre, hi ha un nivell competencial correcte en quant a la lecto-escritura numèrica. Possiblement en centres amb altres característiques aquests nivells poden variar<sup>3</sup>.

Les proves referides a l'ordenació de nombres o al "pas de nus" (6399 a 6400), les preguntes 1, 2 i 4, no han mostrar tampoc resultats negatius. Sí que apareix algun cas residual, fins i tot, com hem vist, el cas d'un nen al que li cal fer la suma per contestar amb seguretat.

On s'adverteixen més problemes és en les preguntes relatives als ordres d'unitat: unitats, desenes, centenars... La pregunta 3, en la que s'havia de contestar que el 2 ocupava el lloc de les desenes de miler, és contestada incorrectament per més de la tercera part de l'alumnat, essent una vegada més els resultats de 2n d'ESO lleugerament pitjors. Encara més negatius són els resultats de la 5a pregunta, la de descomposició i recomposició del nombre. S'observa, per exemple, que cap alumne/a de 1r d'ESO encerta les tres qüestions i gairebé la meitat només encerta una. A 2n d'ESO els resultats són millors ja que trobem que un de cada deu encerta els tres casos i gairebé la tercera part dos d'ells.

<sup>3</sup> S'adjunta la prova a l'annex d'aquest capítol per si algun altre centre s'interessa en aplicar-la.

**Pregunta 5 (descomposició - recomposició)**

¿Implica això una manca de comprensió del sistema d'unitats, desenes, centenes... amb el vocabulari i operacions implicades? Hi ha un defecte en l'elaboració d'aquest test<sup>4</sup>: falta preguntar un cas clar del tipus

4068 – 4 unitats de miler, 6 desenes, 8 unitats

Tots els casos que es demanen tenen algun tipus de "trampa": 25 centenes, 1532 desenes... El tercer cas, en el que es pregunta per un "cinc mil" que es dona com a

<sup>4</sup> Ja se sap que "la percepció retrospectiva és una ciència exacta".



"2 milers, 35 centenes..." crida especialment l'atenció: només 3 de 91 alumnes de primer i 17 de 104 de segon contesten correctament. Aquesta mena de descomposicions adquireix una importància especial en el càlcul mental. Rarament s'aplicaria a un sol nombre, com als exemples de l'exercici, però sí que ens podem veure necessitats a fer recomposicions d'aquests tipus per donar la resposta total a partir de resultats parcials obtinguts.

Per sumar 4737 i 3581 podem sumar per grups de dues xifres, addicionant separatament 47 centenes amb 35 centenes (82 centenes) i 37 amb 81 unitats (118). Per acabar podem "imaginar"  $8200 + 118 = 8318$

Un cas que també posa en dubte, a més de la manca de "casos fàcils", la qualitat indicadora de la pregunta feta, és el de la noia que respon incorrectament 2 dels 3 casos però descompon bé, sense que se li demani, els quatre nombres que venen a continuació. En tot cas els resultats d'aquests apartats no són bons i, a més, són parcialment pitjors dels que s'esperaven segons l'estudi d'origen i fan plantejar que es podria fer alguna feina en aquesta línia.



Historieta de Midam apareguda el 22-4-07 al Pequeño País

## El principi de l'ESO als llibres de text

Un indicador del tractament que es fa al concepte de nombre natural i a les qüestions relacionades amb l'escriptura posicional amb les xifres indoaràbigues és l'observació de la presentació d'aquestes qüestions als llibres de text de 1r d'ESO. No oblidem que, a moltes de les nostres aules, els llibres són encara els vertebradors de les activitats matemàtiques a l'aula.

La majoria de llibres dediquen entre dues i tres pàgines, normalment del primer tema, a les qüestions de concepte, ús i escriptura del nombre natural. Però no tots els llibres tracten tots els aspectes possibles. Farem per tant, uns ítems d'observació i els compararem. Com no volem fer un estudi profund del tema, sinó només una prospecció, hem agafat els llibres menys antics disponibles de 1r d'ESO al Seminari de Matemàtiques de l'IES Alella. Els vuit llibres localitzats han estat:

<b>Llibre</b>	<b>Editorial</b>	<b>Any</b>	<b>Llibre</b>	<b>Editorial</b>	<b>Any</b>
1	Barcanova	1999	5	Baula	2002
2	Edebé	2000	6	Bruíxola	2002
3	Cruïlla - Pitàgores	2002	7	Vicens Vives	2002
4	Cruïlla - Gauss	2002	8	Santillana	2004

Els ítems a observar són:

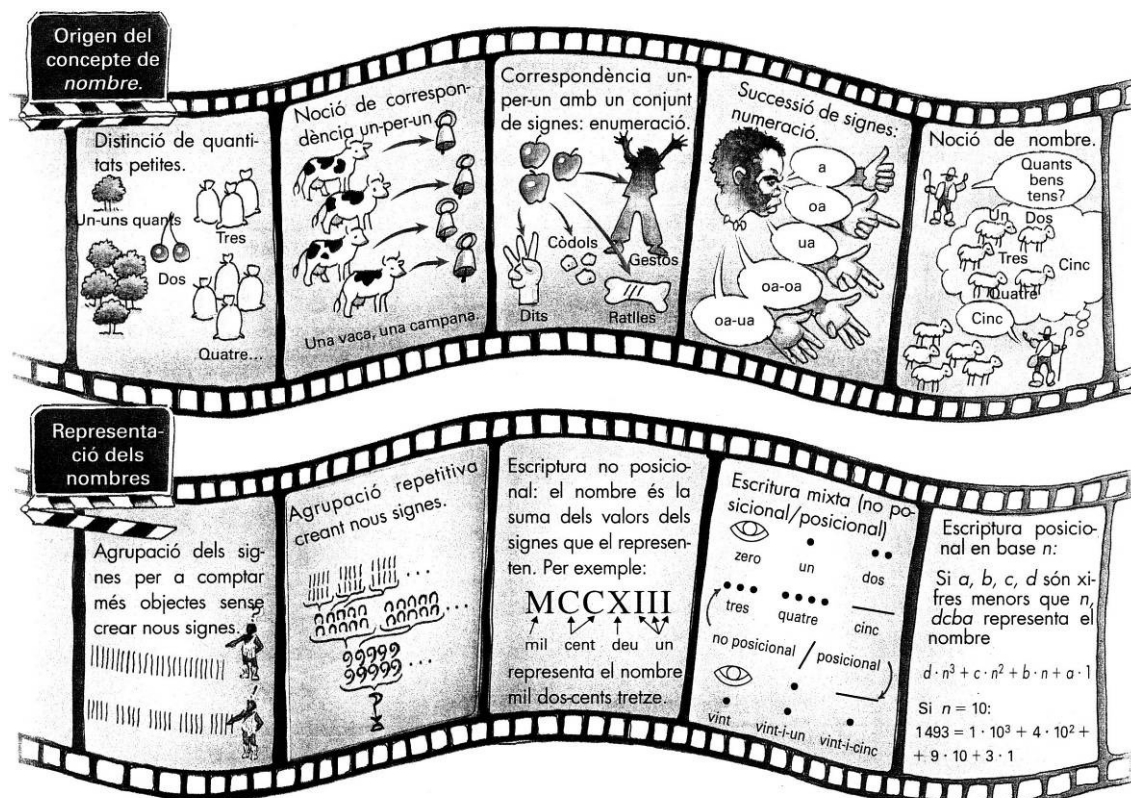
- Si se'n parla de l'ús dels nombres naturals diferenciant comptar, ordenar, identificar...
- Si es diferencien els conceptes de cardinalitat i ordinalitat.
- Si se'n parla del sistema posicional i del concepte de base.
- Si es proposen altre models de representació: altres numeracions antigues o la recta numèrica.
- Si es tracten altres aspectes d'història de la numeració.

Els resultats es recullen a la taula següent:

Llibre		1	2	3	4	5	6	7	8
Ús	Comptar	X	X	X	X	X			
	Ordenar	X	X		X				
	Identificar	X	X		X				
	Altres	X*							
Concepte	Cardinalitat	X	X						X
	Ordinalitat	X	X						X
Escriptura	Sistema posicional		X	X	X	X	X	X	X
	Base							X	
Representació	Altres numeracions		X		X			X	X
	Recta	X	X		X				
Aspectes històrics			X		X			X	
* mesurar, calcular									

El poc espai dedicat fa pensar que les qüestions relatives al concepte, ús i representació del nombres naturals es presuposen dominades per l'alumnat. Els llibres acostumen a dedicar molt més temps als aspectes relatius a les operacions ( propietats, prioritats...). Pràcticament tots fan esment i inclouen exercicis sobre l'estructura del sistema posicional, però la majoria no fan veure altres sistemes de numeració diferents. Quan es tracta alguna altra numeració una de les més triades és la romana, la qual no podem dir que tingui una estructura especialment clara com per ser comparada a la indoaràbiga. Només alguns títols reflexionen somerament (un d'ells, el de Barcanova, amb més extensió) sobre els usos del nombre natural i pocs també sobre els conceptes de cardinalitat i ordinalitat. El concepte de base només es tracta explícitament en un dels casos. Altres aspectes històrics de la formació del concepte de nombre són pràcticament ignorats per la majoria i només un d'ells presenta casos sobre els orígens dels nombres (el d'Edebé).

## Sessió d'història



Fragment de la pàgina 7 del llibre d'Edebé

Com es veu al penúltim "fotograma" es parla d'una "escripura mixta", la maia, que no es correspon amb les numeracions híbrides com la maia calendàrica o la xinesa tradicional.

En tot cas, cap llibre fa un tractament complet del tema en tots els seus aspectes, perdent-se així un dels moments més oportuns, per l'estat maduratiu de la majoria dels nois i noies, per reflexionar sobre el concepte de nombre i sobre les seves formes de representació notacional.



## Història de les matemàtiques a l'aula

La immersió en el fer matemàtic i el seu aprenentatge reproduceix, a grans trets, en una sèrie resumida, totes les etapes del desenvolupament general d'aquest fer al llarg de la Història.

Ramon Nolla (2001:1)

A partir d'aquesta idea R. Nolla proposa introduir a l'aula el que anomena una *metodologia genètica* (en quant aquesta serà *generadora* o *gestadora* d'idees). Aquesta metodologia la caracteritza de la següent forma:

- És important i necessari treballar les situacions i problemes que han provocat, al llarg de la història, el desenvolupament de les idees matemàtiques (problemes històrics clau).
- L'estudi de les dificultats aparegudes al llarg de la història millorarà la comprensió de les dificultats de l'alumnat.
- S'han d'elaborar guies de treball orientades pels dos punts anteriors. L'aprenentatge dels i les alumnes estarà afavorit per la "recreació simplificada de les diferents etapes d'evolució d'un problema inicial, en un procés de recerca personal".

Nolla no proposa la *metodologia genètica* com un sistema únic d'aprenentatge sinó com un mètode més a tenir en compte, i aplicable a l'aula entre altres metodologies possibles.

Els tres punts anteriors s'inspiren en les propostes de S. Avital de l'any 1995 (recollides també al mateix treball de Nolla) sobre les aportacions a la didàctica que poden fer l'atenció, coneixement i comprensió del desenvolupament històric de les matemàtiques:

És feina nostra organitzar l'educació de manera que transmeti als nostres estudiants els atributs bàsics de les matemàtiques com a part de la cultura humana. Podem aconseguir-ho relacionant els temes que impartim amb els seus desenvolupaments històrics. Com hem vist:

1. El desenvolupament històric pot alligonar-nos sobre les possibles dificultats de l'aprenentatge.
2. Ens pot ajudar a perfeccionar la tasca docent del procés de creació en les matemàtiques.
3. Pot induir a la creació d'un clima de recerca i investigació i no tan sols de transmissió d'informació.
4. Ens conduirà a l'ús d'exercicis en què hi ha una recerca progressiva d'un objectiu, el qual pot ser assolit gràcies a l'acumulació de dades.
5. Ens ensenyarà a incloure problemes en que la resposta és "Això no és possible."
6. Si exposem els nostres alumnes a problemes oberts, els mostrarem que la matemàtica és un camp obert en què l'esforç per resoldre problemes pot ser una activitat emocionant.
7. Ens ajudarà a humanitzar les qüestions mitjançant la presentació als nostres estudiants dels aspectes afectius de l'activitat humana.

S. Avital

Per a M<sup>a</sup> Rosa Massa (2003) el *principi genètic*<sup>5</sup> afectarà d'una forma implícita en l'activitat d'aula, especialment en els moments de disseny i seqüenciació didàctica. A l'igual que R. Nolla insisteix en que l'estudi de l'evolució dels conceptes matemà-

<sup>5</sup> En aquests treballs, i molt especialment a les memòries de R. Nolla (2001) i González Urbaneja (2003), es recullen moltes cites d'importants matemàtics en favor del principi genètic i de la integració de la història en la didàctica de la matemàtica.

tiques ens il·luminen sobre les possibles dificultats del seu aprenentatge i ens orienten sobre la seva docència. Massa, però, parla també d'un ús *explícit* de la història de la matemàtica. L'ús explícit, a més, combatria la idea que pot arrelar en gran part de l'alumnat, de que els conceptes matemàtics "no tenen història" (Lupiañez, 2003).

Són moltes les formes de possible explicitació històrica en els processos d'ensenyament-aprenentatge. J.L. Lupiañez (2002) recull els proposats per M. Sierra (a l'any 1997) i que, en gran part, s'inspiren en els de J. Fauvel (del 1991 i recollits a Fernández, 2001):

- Explicar anècdotes del passat.
- Presentar introduccions històriques per conceptes nous.
- Fomentar la comprensió de problemes històrics del passat.
- Impartir lliçons d'història de la matemàtica.
- Generar exercicis fent servir texts matemàtics antics.
- Fomentar la creació de cartells, exposicions i altres projectes de tema històric.
- Realitzar projectes al voltant d'una activitat local matemàtica del passat.
- Utilitzar exemples del passat per il·lustrar tècniques i mètodes.

Els darrers punts que completen la llista incorporen algunes de les idees de la metodologia genètica:

- Explorar errors del passat per ajudar a comprendre i resoldre les dificultats d'aprenentatge.
- Idear aproximacions pedagògiques al tòpic tenint en compte el seu desenvolupament històric.
- Idear l'ordre i estructura dels temes dins del programa tenint en compte el seu desenvolupament històric.

Una de les idees insistents que ha aparegut en els textos de Nolla, Massa, Lupiañez... es refereix a la relació entre les dificultats històriques aparegudes en el desenvolupament dels conceptes matemàtiques i les que es troben els i les alumnes en el seu procés d'aprenentatge. Ha estat també un dels eixos al voltant dels que ha girat aquest treball sobre la història dels nombres. S'han fet algunes investigacions sobre aquestes relacions en temes com els nombres negatius (fets a Israel pel mateix Avital, a l'any 1995), el concepte de funció (a Mèxic a l'any 1994) o sobre l'enguatge algebraic<sup>6</sup>. Però és una idea que cal ser matisada degut a una raó fonamental: el context històric del nostre alumnat és absolutament diferent d'aquell en el que es van desenvolupar originàriament els conceptes matemàtics i, en un món on el que tenim és, més aviat, una sobrecàrrega d'informació no ha de ser sempre tan difícil l'acceptació d'algunes idees. Un exemple clar potser el dels nombres enters. Tret dels problemes operatius, molt especialment el cas del producte de dos negatius, el nostre alumnat té una forta familiarització amb ells, proporcionada per l'entorn pròxim, quan els aborda per primera vegada com a objecte d'aprenentatge al 1r Cicle d'ESO; en conseqüència no reproduirà tota la resistència que va suposar la seva acceptació per la majoria de matemàtics europeus encara als segles XVI, XVII i, fins i tot, al XVIII<sup>7</sup>.

Pel que sembla la majoria de treballs que vinculen desenvolupament històric i procés didàctic estan adreçats a l'educació secundària, obligatòria i/o postobligatòria.

<sup>6</sup> Aquestes investigacions estan referenciades a Lupiañez (2002)

<sup>7</sup> Recordem fora d'Occident no va ser així: als segles I i II a.n.e ja eren acceptats a la Xina i es treballava còmodament amb ells amb el càlcul de varetes (numeració *suan zi*) i als segles VI i VII n.e. van rebre un gran impuls pels matemàtics de la cultura hindú.

En certa manera, i segons alguns dels paràmetres assenyalats anteriorment, és lògic. Però hi ha aspectes que es poden tenir en compte també en el disseny d'activitats a l'educació primària i, fins i tot, infantil. Per exemple una proposta didàctica d'introducció a l'escriptura numèrica podria considerar recórrer, ni que fos parcialment, un itinerari semblant a l'històric:

1. necessitat de registre.
2. creació de signes arbitraris personals
3. acord sobre signes convinguts

Fins i tot es pot arribar a considerar com a pas intermedi, no necessàriament negatiu<sup>8</sup>, passar per alguns tipus de notacions iteratives o additives (realment històriques o no). Com a mínim cal ser conscient, però, de l'existència de les contradiccions amb aquest procés històric. Un exemple pot ser clarament il·lustratiu: a la història la necessitat de registre va portar a la creació dels signes numèrics; els nostres nens nenes, de ben petits, coneixen abans els signes que tenen consciència de la seva funció registral. Per altra banda... ¿en quin moment tornem a reflexionar sobre les funcions dels símbols numèrics? Quan revisem el seu origen?

## Multiculturalitat i interculturalitat matemàtica

**Etnociències** són els cossos de coneixement establerts com a sistemes d'explicacions i com a maneres de fer, que han estat acumulats a través de generacions en ambients naturals i culturals diferents. (../..). **Etnomatemàtiques** són aquests cossos de coneixements derivats de les pràctiques quantitatives i qualitatives, de com es compta, pesa i mesura, compara, ordena i classifica. Les dues tenen òbviament una relació simbiòtica.

Ubiratan d'Ambrosio<sup>9</sup>

Tota cultura amb un mínim de desenvolupament tecnològic fa matemàtiques. De fet, aquesta ciència no deixa de ser una forma de *tecnologia simbòlica* (Bishop, 2001). Entre les activitats matemàtiques l'acció de comptar (i sovint registrar els recomptes) és una de les més evidents i universals. Estudiar les formes diverses de fer-ho és enriquir la nostra visió del món en el que té (o ha tingut) de diferent i en el que té (ha tingut o tindrà) de comú. Al cap i a la fi també la comparació analítica, la recerca del que és semblant i del que diferencia és una altra de les activitats matemàtiques essencials.

Cada civilització usa uns mots particulars per a referir-se a conceptes universals, però l'origen significatiu dels mots emprats porten implícit el sentit que cada civilització atorga al mateix concepte, el seu matís particular, la seva empremta.

M. Albertí (2002: 31)

La història de la matemàtica té molt de col·lectiu i, en els seus orígens, fins i tot d'anònim. Cal recuperar part d'aquesta història. Si volem entendre l'etnomatemàtica com una mena d'antropologia cultural de la matemàtica (Albertí, 2002), l'estudi de la història dels nombres (orals i escrits) és estudiar els nostres propis orígens, la nostra pròpia *etnomatemàtica introcultural*.

La història de les ciències podria mostrar que les anomenades matemàtiques "universals" va néixer a Europa, entre l'Edat Mitjana i el Renaixement, de pares grecs i àrabs, d'avis egipcis, babilonis, indis... gràcies al treball de traductors jueus i al

<sup>8</sup> Recordem les propostes de Lerner i Sadovsky (1994) que no anaven en aquesta línia.

<sup>9</sup> d'AMBROSIO, U. (1999) *Las ideas fundamentales de soporte al programa de etnomatemática*.  
<http://vello.sites.uol.com.br/bolivia.htm>

d'aquells innumerables comentaristes d'aquestes incomprensibles traduccions. Traduccions que no van portar a reproduir idènticament els models grecs i àrabs, sinó a fer aparèixer una nova varietat de matemàtiques, la qual de mica en mica s'alliberaria del llatí dels traductors, i s'expressaria en les llengües europees el les que es van anar desenvolupant argots per causa de l'ús matemàtic. En poques paraules, mostrar que les matemàtiques universals van néixer sota la forma d'etnomatemàtiques.

André Cauty<sup>10</sup>

Però, a més, cal incloure en aquesta visió històrica cultures que per diferents raons (historiografies oficials, eurocentrisme, submissió colonial...) han estat ignorades. Com hem vist la història de la matemàtica té molt de *multi* i *intercultural*. Alan J. Bishop (2001) argumenta en els seus treballs la necessitat del coneixement d'altres cultures per aconseguir una millor comprensió de la nostra, i apunta algunes de les aportacions culturals que les matemàtiques haurien d'aconseguir:

- Estendre el poder a les persones, emfatitzant les matemàtiques com una tecnologia simbòlica.
- Conrear certs valors culturals.
- Fer que tots els nens i nenes siguin conscients de que les matemàtiques s'han desenvolupat com a respostes a variades preguntes i problemes que han captivat als éssers humans per tot el món, i així reconèixer la universalitat de l'activitat matemàtica.
- Demostrar que totes les històries són constructors culturals.

També d'Ambrosio argumenta, amb objectius educatius més enllà dels estrictament matemàtics, la necessitat del treballar amb un enfocament multicultural:

El multiculturalisme s'està convertint en una de les característiques més rellevants de l'educació actual. Amb la gran mobilitat de les persones i famílies, les relacions interculturals seran molt intenses. L'encontre intercultural genera conflictes que només podran resoldre's a partir d'una ètica que sorgeix de l'individu que es coneix a si mateix, coneix la seva cultura i respecta la cultura de l'altre. El respecte vindrà del coneixement. D'altra manera, el comportament revelarà arrogància, superioritat i prepotència, que es transforma, inevitablement, en confrontament i violència. La nostra missió d'educadors té com a prioritat absoluta aconseguir PAU en les generacions següents.

Ubiratan d'Ambrosio<sup>11</sup>

## Treballar les numeracions històriques

Vivim en una societat de canvis tecnològics molt ràpids. Pels nens i nenes d'ara estris com la màquina d'escriure o el cine en Super 8 són tecnologia antediluviana. Per molts dels pares i mares el regles de càlcul que encara es feien servir als anys 70 són instruments desconeguts. Per contra, per alguns adults, sobre tot de més de 40 anys, dominar múltiples aspectes de l'ordinador, el mòbil, el DVD, el TDT, la càmera digital, el microones... implica una inversió de temps en aprenentatge, que no sempre estem en disponibilitat de dedicar, i una flexibilitat mental que, a mesura que ens fem grans, anem perdent de mica en mica. No és així pels nois i les noies, que s'adapten molt més fàcilment perquè és la tecnologia amb la que estan creixent. Ells saben que és tecnologia novíssima (més que nova) perquè la veuen

<sup>10</sup> Cauty, A. *Etnomatemáticas. El Laboratorio Kwibi Urraga de la Universidad de la Guajira*. Pàgina 3.  
<http://etnomatematica.univalle.edu.co/articulos/cauty4.pdf>

<sup>11</sup> d'AMBROSIO, U. (2000) *Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança*  
<http://vello.sites.uol.com.br/proposta.htm>



evolucionar ràpida i contínuament. Però, ¿què passa amb la “tecnologia antiga”, sobre tot si és molt antiga, com és el cas dels nombres o les lletres? Quina antiguitat se li suposa?: la tendència es decanta a simplificar la resposta i a pensar que “més o menys ha existit des de sempre”. Si ens cenyim al camp dels nombres les respostes més habitual que podem recollir a les aules acostumen a suggerir que “els nombres els van inventar els grecs”, (o els egipcis, o els romans...). Algun noi o noia, molt esporàdicament, arriba a afirmar que els indis o els àrabs, però només serà acceptada la seva resposta si la persona que ho enuncia gaudeix d'un cert “prestigi sapiencial” en el grup. Aquest desconeixement es torna més greu si considerem que la numeració sustenta, en gran part, totes les “tecnologies modernes”

Si intentem resseguir la història dels nombres, entesos com una forma de tecnologia de la informació, entrem en un d'aquells camps en els que assistim a un procés llarg i complicat de creació, de caràcter col·lectiu, que arreu ha sorgit per resoldre problemes semblants i pel qual també s'han trobat formes de solució globalment similars. Limitar l'accés al coneixement d'aquest procés significa limitar el coneixement sobre el desenvolupament cultural humà més bàsic, ja que hem vist que tota societat, com a mínim, compta. Als capítols dedicats a les *correspondències* i al *comptatge* s'han proposat activitats que enfrontaven a l'alumnat a situacions de pre-comptatge, s'han repassat formes històriques, recents i actuals de comptatge oral, s'han contemplat aspectes relatius a l'ordre i a la formació del concepte de nombre natural (cardinal i ordinalment). També s'ha reflexionat sobre els usos funcionals dels nombres. Per tant, molts dels aspectes que buscàvem a l'apartat anterior sobre el tractament no purament operacional del nombre natural als llibres de text ja els hem abordat aquí amb calma.

Però, tal com hem vist, les característiques de les representacions notacionals en general, i la del nombre en particular, fan que al treballar amb elles els conceptes associats pateixin un procés de modelatge i construcció-reconstrucció. Revisar, doncs, les característiques dels sistemes notacionals, més enllà d'ajudar a comprendre l'estructura del sistema posicional, també ajudarà a la conformació del concepte i funció del nombre i a la comprensió del que signifiquen els codis simbòlics de representació. Cal aprofundir, en conseqüència, en l'estudi de les notacions numèriques que s'ha utilitzat al llarg del temps i conèixer la seva evolució estructural per entendre millor les nostres numeracions actuals, i dit així en plural perquè encara hi ha sistemes d'escriptura diferents a les nostres xifres que sobreviuen (com les xifres àrabs en les seves dues modalitats oriental-occidental, la numeració xinesa...) <sup>12</sup>. Amb les mateixes xifres modernes també es treballa amb bases diferents, sobre tot en el món de la informàtica (base 2, 8, 16), o en la mesura del temps (base 60).

Un altre aspecte a tenir en compte, com s'ha explicat anteriorment, per incloure aspectes històrics relatius a les numeracions, és el de trencar la imatge de les matemàtiques com una ciència ja totalment feta i evolucionada. A diferència d'altres ciències (químiques, físiques, geològiques...) en les que noves teories han substituït unes altres més antigues, les *veritats matemàtiques* semblen pràcticament eternes. L'epistemologia matemàtica, molt basada en la demostració, fa que les idees es mantinguin: la suma dels angles d'un triangle en el pla serà sempre 180°, passi el que passi i no es podrà canviar; quan alguna persona vol afirmar que una qüestió és inapel·lable es diu que “és matemàtic” o “com que dos i dos són quatre”. Gran part de la geometria clàssica grega (que és la que ha marcat els principals trets epistemològics de les matemàtiques malgrat el reconeixement que s'ha fet merescudament de les matemàtiques de mesopotàmiques, egípcies, xineses, hindús, cen-

---

<sup>12</sup> En moltes de les nostres aules tenim la possibilitat de que alumnat originari d'altres països ens expliquen com escriuen els nombres, com operen. Si es dona el cas és una oportunitat que no podem desaproveitar de cap manera.

treamericanes...) es continua plantejant en l'actualitat pràcticament tal qual era<sup>13</sup>. Tampoc és gaire diferent la matemàtica que s'estudia actualment a les escoles a la que van conèixer els pares, mares, avis, àvies... del nostre alumnat. Un cop passada la moda estructuralista de les teories de conjunts, han variat les formes d'aprenentatge, els recursos, els problemes, els materials i els contextos, però no els conceptes bàsics. En el cas de la numeració escrita és lògic ja que, a més, hem vist que és un codi que ha de ser subjecte a transmissió; gairebé podríem dir que s'ha d'heretar per assegurar la seva permanència i conservació. Però tot plegat fa veure la matemàtica com una ciència immutable, ja feta, inventada per especialistes, tancada i acabada. Per tant no és recreable en les idees, no és modificable en la seva notació ni en la seva algorítmica. Res més lluny de les propostes didàctiques defensades des d'aquest projecte.

Però a més de l'aportació cultural (històrica, intercultural, epistemològica) que s'aconsegueix al treballar amb detall els sistemes de numeració històriques, i més enllà de l'ús anecdòtic amb el que s'acostuma a fer a l'aula en les poques ocasions que es veuen, té altres repercussions més directes en l'aprenentatge matemàtic del nostre alumnat. Per exemple, intentar descodificar una numeració a partir d'uns quants exemples donats fa desplegar recursos de resolució de problemes importants:

- observació de pautes
- atendre casos petits abans que grans
- comprovació d'hipòtesis

També observar les estructures notacionals bàsiques de les numeracions que hem vist (additives, híbrides i posicionals) tindran interessants repercussions conceptuals:

- **Additives.** Aquests sistemes ens ajuden a visualitzar els nombres d'una forma global (la suma dels símbols) i descomposta (la visualització del signe de cada ordre d'unitat) a la vegada. Aquesta doble visió del nombre, més diàfana que en el nostre sistema posicional, reunit i separat en parts a la vegada, pot ajudar a donar eines per la descomposició i recomposició de nombres en l'elaboració d'estratègies personals de càlcul.
- **Híbrides.** El coneixement d'aquestes numeracions, com a pas intermedi cap al sistema posicional, pot ajudar a comprendre millor el grau de simplificació simbòlica que representa i a evidenciar el significat del valor de posició.
- **Posicionals.** L'efecte d'estranyament que implica treballar amb un sistema posicional que no és el nostre i amb una base diferent pot ajudar a millorar la comprensió de l'estructura del sistema posicional i de la funció indicadora del zero. També pot servir per revisar aspectes conceptuals del zero com a nombre.

També per poder comprendre la raó de l'adopció del nostre sistema de numeració actual, el consens final aconseguit al seu voltant, cal fer treballs comparatius entre numeracions i observar com la numeració moderna possibilita escriure nombres il·limitadament grans, amb pocs signes diferents, de forma relativament breu i que, a més, facilita el càlcul amb els propis signes. Per reconèixer aquestes virtuts s'han de conèixer altres numeracions que no les reuneixen totes.

---

<sup>13</sup> Un canvi recent important, però, l'han provocat l'aparició de programes de geometria dinàmica com Cabri o Geogebra.

## Construcció d'un metaconeixement numèric

La construcció del concepte de nombre, en les seqüenciacions didàctiques de les primeres passes d'aprenentatge, no queda deslligat de la seva representació. Significat i significant són dues cares de la mateixa moneda, però no hi hauria moneda sense l'existència de totes dues cares. Que en un semàfor el color vermell estigui associat a "prohibició" i el verd a "permís" no és casualitat sinó causalitat de significats associats anteriors i de referència cultural, però que l'ús en els semàfors no ha fet més que accentuar i refermar aquests significats, fins al punt d'incorporar-se al llenguatge comú frases fetes com "donar llum verda" per indicar l'aprovació d'un projecte. Tindria sentit ara canviar aquests codis per una renovació de disseny?

En el cas de la construcció històrica de les numeracions també concepte i representació (oral o escrita) s'han retroalimentat. Tot i així nosaltres fem un doble ús de la representació numèrica que no sempre ha coexistit en un mateix model representacional i que, pràcticament de fet, no es va donar fins l'aparició de la numeració indoaràbiga:

- registre de quantitats
- instrument de càlcul

La majoria de numeracions escrites es van fer servir de forma pràcticament exclusiva pel registre: per conservar i recuperar quantitats que no es podien confiar a la memòria o que els processos contractuals o de control exigien ser comprovables. El càlcul, habitualment, es feia amb altres instruments. Els àbacs i les varetes xineses són dos exemples. Encara que les varetes van tenir també una funció representativa, el que s'observa és una separació clara entre els dos usos de la representació de quantitats: per registrar hi ha un sistema i per calcular un altre. En quant al registre podem afirmar que l'ús d'un sistema estructurat ens ajuda a representar quantitats més grans de les que un sistema iteratiu en permetria.

Quan s'ensenya<sup>14</sup> el sistema numèric, en situacions que es pretenen de domini progressiu, tot es barreja. Hem vist que els nens i les nenes petites no senten la necessitat de representar els aspectes qualitatius de les col·leccions referits a la quantitat i que, si se'ls hi demana, tenen una certa resistència a utilitzar sistemes que consideren, i de fet són, arbitraris i llunyans, poc representatius. La funció registral no és evident ni considerada del tot necessària i les formes acordades de representació es valoren com poc clares.

El pas següent treballa els conceptes d'agrupament, representació posicional<sup>15</sup>, ús de nombres més grans i conceptualització i "algoritmació" de les primeres operacions (suma i resta). El signe numèric esdevé eina. Les operacions de suma i resta s'acostumen a fer bé de forma manipulativa (sense base registral), bé en forma de representació gràfica (amb dibuixos d'objectes, paquets d'objectes...). Aquests dos models donaran suport i pas a l'algorisme estàndard escrit, que serà eina, registre i forma representacional a la vegada.

Tot i així, que el procés sigui complex no vol dir que sigui insuperable. El grau de domini de la lectoescriptura numèrica i de la suma i la resta escrita és suficient en la immensa majoria d'alumnat quan arriba al CS de primària o a l'ESO. Una altra cosa és que "suficient" no significa "òptim", ni "ric", ni "versàtil". Una de les "claus" operacionals del sistema posicional és el "portar", complicat amb la suma i complex amb la resta. Una vegada més representació i significat es barregen i els algorismes

<sup>14</sup> Podem dir que "s'ensenya" gràcies al fort component de transmissió que té el procés d'accés a les formes de representacions numèriques establertes.

<sup>15</sup> Normalment sense passar gaire més enllà de la desena.

es basen en un sistema posicional, concepte no sempre del tot adquirit per l'alumnat, encara que s'espera del propi algorisme i la seva forma d'escriptura ajudaran a formar-lo o completar-lo. A l'altra cara de la moneda tenim que sense el sistema posicional l'algorisme no existiria, perquè les operacions de sumar i restar amb numeracions additives es basen en agrupaments, substitucions i descomposicions (cosa que va provocar que no s'utilitzessin gaire i que les sumes i restes es fessin amb àbacs i algorismes, en alguns aspectes, semblants als escrits actuals).

Encara hi ha altres aspectes que alimenten aquest garbuix i que cal esmentar, com els relatius a les formes arbitràries dels signes, allunyades del seu significat i que afegeixen una preocupació del nen o la nena que està operant que haurà de tenir present, a més de si el càlcul és correcte, si el 3 queda orientat cap a l'esquerra o cap a la dreta.

Tots aquests aspectes estan íntimament lligats: comptar i formar-se el concepte de quantitat i mida del nombre, nomenar els nombres, representar-los, operar, fer servir les representacions per operar... Són aspectes difícils de separar i, per tant, de seqüenciar. Aprenent a comptar estem aprenent, a la vegada a sumar, i quan assumim la forma de dir els numerals alimentem el concepte profund de nombre, posem noves bases al de suma i les primeres pedres al del producte. I tot això de ben petits. La majoria tenim un record clar del nostre aprenentatge de la multiplicació i de la divisió. Més difús del de la suma i la resta. No recordem pràcticament gens del del comptatge i l'escriptura numèrica. Estem tan familiaritzats amb els nombres, amb la forma de dir-los i amb la seva escriptura, coneixem tot això tant "des de sempre" que no pensem en quines són les estructures que aguanten tot l'aparell, en què signifiquen, com funcionen, si hi ha models alternatius... Els esculls que varem haver de superar per aprendre a escriure i operar van ser grans però són llunyans, estan més o menys superats, no hi tornem a pensar (A no ser, és clar, que ens dediquem al món de l'ensenyament i, atenció!, de la canalla petita). Però, ¿és més ric el nostre concepte de nombre sense tornar a reflexionar-hi?

Una de les teràpies alternatives més reconegudes (i que les mestres d'educació infantil coneixen i valoren més que cap altre ensenyant) és la *reeducació postural*. Tots i totes sabem caminar, seure, ajupir-nos... Són complicades accions de les quals tampoc tenim memòria del seu aprenentatge. I encara que, bàsicament, sabem seure o ajupir-nos, les nostres esquenes ens estan dient cada dia que, potser, no seiem o ens ajupim de la millor manera. També certes incorreccions posturals davant de l'ordinador estan provocant tendinitis i mals d'esquena innecessaris. Per reeducar les nostres postures ens cal revisar el que fem per reajustar el que hauríem de fer: hem de tornar a prendre consciència profunda i estructural del gest o de la posició per produir una millora. És el que es pot entendre com un **metaconeixement**: coneixement sobre el que coneixem o desconeixem. ¿No podríem fer, en el camp numèric una cosa semblant? Reflexionar sobre el que sabem dels nombres, de les seves formes de representació, de les operacions conceptual i estructuralment... no ha d'enriquir el que ja pensem que sabem?

No hi ha procés de millora que no passi per una revisió del que ja es fa. Una millora, en principi, no significa sempre una revolució: pot ser una *modificació* sobre el que es té o sobre com s'actua. La revisió sobre usos i estructures constructives dels nombres permet observar, des d'un angle nou, el que ja es coneix i ampliar, en conseqüència, el nivell de coneixement. Construir un *metaconeixement* ens ha de permetre utilitzar el coneixement que ja teníem d'una forma més conscient, potent i completa. Adquirirem, a més, un nivell nou de versatilitat que podrem aplicar en altres camps.

A la vegada, podrem produir una millora en el *sentit numèric* de l'alumnat. Aquest sentit numèric és una competència difícil de definir de forma concreta, però podrí-

em dir que afecta a la percepció sobre el grau de grandària real dels nombres, a la valoració del grau de raonabilitat de les quantitats referides al seu context, o a la soltesa en operar amb els nombres emprant estratègies riques, diverses i personalitzades (descomposició, recomposició, aproximació, compensació...). Luisa Gironde explica el sentit numèric de la següent manera<sup>16</sup>:

...la capacitat d'emprar, en contextos diversos, els nombres i les operacions d'una manera flexible i poder emetre judicis sobre informacions i/o resultats numèrics.

Aquest darrer aspecte, l'ús operacional amb aplicació d'estratègies variades i personals, afecta de ple a la millora competencial de l'alumnat en la utilització instrumental dels nombres.

...la facilitat de càlcul, amb nombres naturals o amb decimals, vindrà donada per una bona visualització (imaginació) de la sèrie numèrica; per la utilització de les pautes que dona el sistema de numeració decimal; per la utilització comprensiva de cada operació...

L. Gironde (2003)<sup>17</sup>

## Propostes d'activitats

Es poden proposar diferents formes d'estudiar les numeracions històriques. En tot cas hi ha algunes pautes comunes que es poden considerar:

- la importància de treballar en petit grup per afavorir la discussió, argumentació, confrontació de les hipòtesis fetes sobre el significat dels signes, els seus valors, l'estructura formal de la numeració, la valoració de les seves característiques.
- la conveniència de completar cada numeració amb un treball (fet en petit grup) que contextualitzi en el temps, cultural i geogràficament cada numeració.
- la possibilitat de graduar les numeracions segons les dificultats d'interpretació i anàlisi que poden comportar (per ús de bases diferents, per tenir estructures més o menys complexes...); la graduació ens permetrà atendre la diversitat de l'alumnat.
- la necessitat de compartir i contrastar en gran grup l'anàlisi fet de les numeracions treballades.
- la recomanabilitat d'estudiar, com a mínim, una numeració de cada tipus i, fins i tot, de cada espècie.

Algunes de les activitats que es proposaran necessiten seguir un cert ordre seqüencial.

<sup>16</sup> GIRONDE, L. (2003): *La Competència numèrica i el càlcul elemental*. Biaix nº 21. Pàgina 80

<sup>17</sup> Del mateix article anterior. Pàgina 82

## Activitat 1: Un món sense nombres

- **Objectius:**

- Observar la presència constant dels nombres al nostre entorn.
- Observar la seva funció de registre.

- **Material:** Fitxa de treball simulant un diari en el no apareixen nombres. Per exemple el preu pot ser "una moneda i una altra moneda", el resultat d'un partit de futbol pot ser "l'equip A ha marcat alguns gols més que el B", etc.<sup>18</sup>

- **Desenvolupament:** Es demana redactar alguna notícia semblant a les dels exemples.

## Activitat 2: Descobrir les numeracions

- **Objectiu:** Descobrir els valors i estructura de diferents numeracions històriques.

- **Material:** Fitxes amb nombres escrits amb numeracions antigues. Un full per a cada numeració. A cada fitxa hi ha quantitats escrites, de forma graduada per facilitar la descoberta, en la numeració històrica triada i la moderna. Aquestes fitxes actuaran de pedra Rossetta per desxifrar les numeracions.

### Modalitat 1:

- **Desenvolupament:** es dóna a un petit grup el full corresponent a una de les numeracions i es demana resoldre un nombre en numeració antiga (escriure'l en moderna) i/o un altre de forma inversa, convertir-lo de moderna a històrica. Quan s'ha resolt una numeració es passa a intentar resoldre una altra. D'aquesta forma tots els grups treballaran totes les numeracions.

### Modalitat 2:

- **Material:** A més de les fitxes anteriors, transparències o material projectable de les fitxes de la fase anterior.
- **Desenvolupament:** es dóna a cada petit grup el full corresponent a una de les numeracions: una numeració diferent per a cada grup. Després el grup ha d'explicar a la resta de l'aula les seves descobertes.
- **Observacions:** Exemple de fitxa sobre numeracions antigues. En la **modalitat 1** es pot tapar un dels nombres perquè sigui descobert per l'alumnat.

---

<sup>18</sup> Es pot veure un exemple d'un diari així al llibre *Alucina con las mates* (pàgines 8 i 9) de Johnny Ball (SM, 2005, Madrid)


<b>Document 2: Numeració sumèria</b> Aquest no és estrictament un sistema de numeració escrita ja que els nombres es representen amb fitxes d'argila.	<b>Època:</b> 3500 a.n.e. <b>Zona:</b> Mesopotàmia (Valls de l'Eufrates i el Tigris). Actualment, Irak i Iran

### Activitat 3: Analitzar i explicar les numeracions

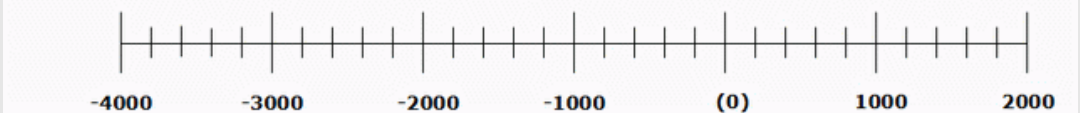
- **Objectiu:** Analitzar les característiques matemàtiques de cada numeració.
- **Material:** El mateix que a la fase 1. Fitxa resum sobre numeracions.
- **Desenvolupament:** a partir d'unes pautes comunes estudiar en petit grups les característiques d'una de les numeracions. Posar-les en comú amb el gran grup i recollir-les en un quadre comú. Les pautes comunes es poden posar en comú a classe o ser objecte d'activitats independents prèvies.

Els elements a observar poden ser de caràcter *descriptiu* (sentit de lectura, signes utilitzats, valors de cadascun...), *analític* (bases emprades, tipus de numeració) o *qualitativus* (facilitat de lectura i càlcul, possibilitat d'ampliació,...).

- **Observacions:** Cal haver fet l'activitat 1. Un model de fitxa resum pot ser el següent.


Numeració	Època	Zona	Sentit de lectura	Base Principal (auxiliar)	Tipus A – additiva H – híbrida P – posicional	Té zero (s/n)	Ampliació automàtica (s/n)	Facilitat de càlcul	Exemple (any)
sumèria	3500 a.n.e.	Me-sopotàmia		60 (10)	A (2a espècie)	No		Sí	2007 
assíria									
egípcia									
...									
hindú									
àrab									

**Línia del temps**



-4000      -3000      -2000      -1000      (0)      1000      2000

**Distribució**



### Activitat 3: Classificar les numeracions

- **Objectiu:** Observar el que tenen de comú i de diferent les numeracions
- **Material:** Fitxes i material projectable anterior



- **Desenvolupament:** Un cop estudiades tot un conjunt divers de numeracions antigues es pot proposar a cada petit grup que proposi mètodes diferents d'agrupament. Després es poden posar en comú i intentar observar si d'alguna manera han sortit agrupaments com:

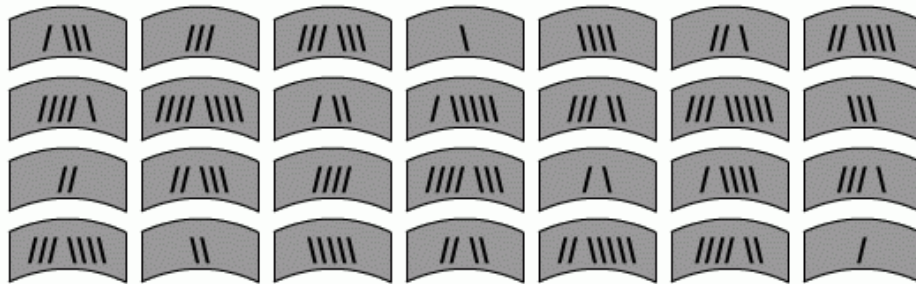
- figurades - escrites
- posicionals – no posicionals
- additives – additivo-multiplicatives
- bases úniques o existència de bases principal i auxiliar
- base 10 o diferents a 10
- tipologia del signes...

El pas següent serà intentar arribar a algunes de les classificacions estàndard per via de la discussió i l'exemple.

- **Observacions:** Cal haver fet les activitats 1 i, com a mínim, part de la 2.

#### Activitat 4: Les falçs de Frankleben

- **Objectiu:** Observar la necessitat d'introduir símbols nous que agrupin símbols d'unitat i evitin la iteració excessiva.
- **Material:** Fitxes amb dibuixos de les falçs de Frankleben desordenades.
- **Desenvolupament:** Es demana intentar ordenar les falçs. Es pot discutir en grup després sobre el seu possible ús i sobre la funció del signe que representa 5 unitats.



## Activitat 6: El valor del zero

- **Objectius:**

- Estudiar la necessitat del zero en els sistemes posicionals
- Observar la doble funció del zero, com a xifra i com a nombre

- **Material:** Fitxa de preguntes semblants a la del test de l'annex 1. Fitxa amb qüestions relacionades amb el zero i les operacions.

- **Desenvolupament:** Treball individual i posta en comú. Discussió sobre la funció del zero en cada cas.

## Activitat 7: Càlculs amb numeracions antigues

- **Objectius:**

- Observar les dificultats que poden aparèixer a l'intentar calcular amb altres numeracions.
- Cercar mètodes alternatius de càlcul als algoritmes tradicionals escrits apresos.
- Descobrir els avantatges dels sistemes posicionals respecte al càlcul.

- **Material:** Fitxes amb numeracions antigues i propostes d'operacions.

**Desenvolupament:** En petits grups es realitzen algunes operacions amb numeracions antigues (es pot intentar una suma, una resta, un producte i un repartiment). Posta en comú posterior en gran grup.

## Activitat 8: La forma de les xifres

- **Objectius:**

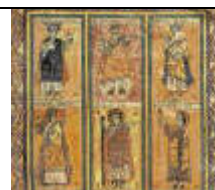
- Conèixer l'evolució de les xifres.
- Observar les xifres com a signes arbitraris subjectes a acord.
- Descobrir els canals de difusió de les xifres indoaràbigues

- **Material:** Fitxes amb exemples de grafies antigues (hindús, àrabs, de llibres manuscrits i impresos antics...).

**Desenvolupament:** A partir d'imatges retallades de textos antics (i contextualitzades) intentar endevinar quines xifres es representen.

Exemple:

El primer manuscrit europeu que parla de les xifres àrabs és el *Còdex Vigilanus* de l'any 976 que es va escriure al monestir d'Albelda a La Rioja.



Al Còdex es veu aquesta xifra escrita.

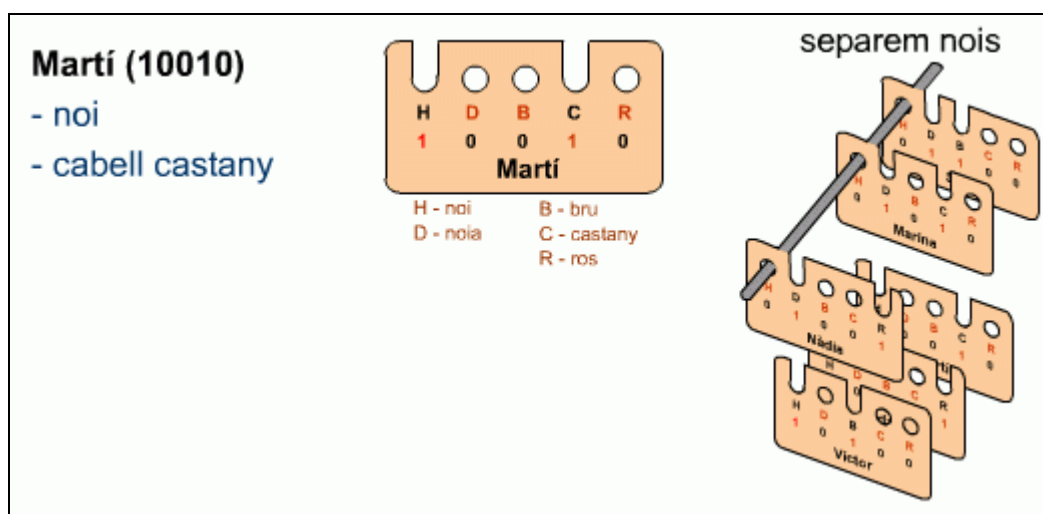
7

Quina és?

## Activitat 8: Targetes perforades

- **Objectius:** Conèixer l'ús del sistema binari com a forma de codificació d'informació
- **Material:** Fitxa de treball individual. Es pot presentar un model fet amb targetes perforades que es puguin separar amb un filferro o una agulla de fer mitja.

**Desenvolupament:** Després de veure un model es proposa codificar numèricament persones segons unes característiques (sexe, color del cabell, ulleres...). Es pot intentar codificar cada alumne/a de la classe. Després es diuen els nombres binaris i s'ha d'identificar la persona (o a la inversa).



## Activitat 9: Targetes per endevinar nombres

- **Objectius:** Conèixer l'ús del sistema binari com a forma de representació numèrica.
- **Material:** Fitxa de treball individual. Es pot presentar un model gran (o projectable) per realitzar el truca classe prèviament.

1	3	5	7	9	11	13	15	2	3	6	7	10	11	14	15
17	19	21	23	25	27	29	31	18	19	22	23	26	27	30	31
33	35	37	39	41	43	45	47	34	35	38	39	42	43	46	47
49	51	53	55	57	59	61	63	50	51	54	55	58	59	62	63
65	67	69	71	73	75	77	79	66	67	70	71	74	75	78	79
81	83	85	87	89	91	93	95	82	83	86	87	90	91	94	95
97	99	101	103	105	107	109	111	98	99	102	103	106	107	110	111
113	115	117	119	121	123	125	127	114	115	118	119	122	123	126	127

4	5	6	7	12	13	14	15	8	9	10	11	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31	24	25	26	27	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47	40	41	42	43	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63	56	57	58	59	60	61	62	63
68	69	70	71	76	77	78	79	72	73	74	75	76	77	78	79
84	85	86	87	92	93	94	95	88	89	90	91	92	93	94	95
100	101	102	103	108	109	110	111	104	105	106	107	108	109	110	111
116	117	118	119	124	125	126	127	120	121	122	123	124	125	126	127
16	17	18	19	20	21	22	23	32	33	34	35	36	37	38	39
24	25	26	27	28	29	30	31	40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	56	57	58	59	60	61	62	63
80	81	82	83	84	85	86	87	96	97	98	99	100	101	102	103
88	89	90	91	92	93	94	95	104	105	106	107	108	109	110	111
112	113	114	115	116	117	118	119	112	113	114	115	116	117	118	119
120	121	122	123	124	125	126	127	120	121	122	123	124	125	126	127
64	65	66	67	68	69	70	71	<b>Desenvolupament del truc</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es demana pensar un nombre d'1 a 127.</li> <li>• Es pregunta una per una a quines targetes hi és.</li> <li>• Per endevinar el nombre es sumen els nombres que encapçalaven les targetes triades (1, 2, 4, 8, 16 i/o 32)</li> </ul>							
72	73	74	75	76	77	78	79								
80	81	82	83	84	85	86	87								
88	89	90	91	92	93	94	95								
96	97	98	99	100	101	102	103								
104	105	106	107	108	109	110	111								
112	113	114	115	116	117	118	119								
120	121	122	123	124	125	126	127								

**Desenvolupament:** Després de fer el truc amb les targetes de l'exemple es passa a fabricar un joc més petit. Per exemple d'1 a 31 pel que només caldran 5 targetes. Cal descompondre cada nombre natural en sumes de potències de 2. Escrivint un 1 si la potència intervé tindrem el nombre en forma binària. Si la potència intervé en la suma el nombre apareixerà a la targeta corresponent. Observem el cas del nombre 13:

Potències de 2	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
	16	8	4	2	1
Descomposició del 13		X	X		X
Forma binària	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

El 13 ha d'aparèixer a les targetes encapçalades pel 8, el 4 i l'1.

### Activitat 9: Cavallers i escuders

- **Objectius:** Conèixer l'ús del sistema binari per resoldre determinats problemes de lògica.
- **Material:** Taules amb nombres binaris ordenats i fitxa de treball.

- **Desenvolupament:** Es pot observar un model de com aplicar els nombres binaris per resoldre problemes del tipus "cavallers" (sempre diuen la veritat) i "escuders" (sempre menteixen). Després es proposen altres problemes a resoldre.

Tenim 3 habitants de Klungs: **Ats**, **Bets** i **Cets**.  
Cadascun d'ells és un **Veg** o un **Meg** però no sabem a quin poble pertany.



- Ats diu. "Tots nosaltres som Megs"

- Bets diu. "Un de nosaltres i només un és Meg"

Ens queden dues targetes amb el mateix nombre per C. No podem saber què és B.

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Què és Cets? **Cets és VEG**

## Activitat 10: La base dels dibuixos

- **Objectius:** Aprofundir en el concepte de base
- **Desenvolupament:** A partir d'alguna imatge dels Simpsons o les Tortugues Ninja es proposa escriure els nombres en la base corresponent (8 o 6) fent les correspondències amb la base 10.
- **Observacions:** No és objectiu fonamental estudiar els algorismes de canvi de base sinó, més aviat, comptar ordenadament, escriure amb la base a treballar i anotar les equivalències en la nostra base habitual.

## Activitat 11: La base dels colors

- **Objectius:**
  - Aprofundir en el concepte de base.
  - Conèixer les bases que es fan servir en el món de la informàtica.
- **Material:** Ordinadors.
- **Desenvolupament:** A partir de la paleta de colors de l'ordinador o d'un programa editor de pàgines web observar els codis numèrics d'escriure els colors que s'utilitzen en base 10 o base 16.

RGB hexadecimal	<b>38</b>	<b>AA</b>	<b>B0</b>
RGB decimal	<b>56</b>	<b>170</b>	<b>176</b>
<b>#38AAB0</b>			

- **Observacions:** no és objectiu fonamental estudiar els algoritmes de canvi de base. També es pot estudiar la utilització dels codis ASCII o Unicode pels símbols escrits.

## Apèndix: Prova de lecto-escriptura del sistema posicional

Marca la casella corresponent				Edat
Noi	Noia	1r ESO	2n ESO	

1) Ordena les següents ciutats de més habitants a menys habitants:

	Ciutat	Habitants	Ordre (escriu la lletra)
A	València	785732	
B	París	9644507	
C	Tokio	12527115	
D	La Seu d'Urgell	12317	
E	Albacete	161508	

2) A l'entrada d'un camp de futbol hi ha un comptador que indica quantes persones han entrat a un camp de futbol:

0	6	3	9	9
---	---	---	---	---

Després d'haver entrat una persona més, el comptador marcarà:

--	--	--	--	--

3) Completa la frase seguint la de l'exemple:

5214	El 2 denota 2 <i>centenes</i>
521 400	El 2 denota 2...

4) Contesta al requadre:

Suma 10 a 3597 mentalment	
---------------------------	--

5) Selecciona la resposta correcta per a cada cas:

Pregunta	Resposta (escriu la lletra)
<i>Quin d'aquests nombres representa 25 centenars i 4 desenes?</i> E. 25040 F. 2540 G. 2504 H. Cap dels anteriors	
<i>Quina d'aquestes frases representa 15320?</i> E. 15320 desenes F. 15 centenars i 320 desenes G. 1532 desenes H. 1532 desenes i 20 unitats	
<i>Quin d'aquests nombres equival a 2 milers, 35 centenars, 18 desenes i 6 unitats?</i> E. 3486 F. 5386 G. 5686 H. Cap dels anteriors	

6) Escriu amb lletres aquests nombres:

A	230000	
B	350000000	
C	50030	
D	105006	

7) Escriu amb xifres aquests nombres:

A	Cinc mil sis	
B	Deu mil cinc-cents quatre	
C	Quatre-cents mil setanta tres	
D	Tres milions dos mil seixanta	